



Utrecht University



Expertisepunt
**Rekenen –
Wiskunde**

Basisvaardigheden en hogere-orde denken en werkwijzen bij rekenen-wiskunde: concurrenten of samen sterk?

Paul Drijvers
Freudenthal Instituut
Universiteit Utrecht
<https://www.uu.nl/medewerkers/phmdrijvers>
10 Oktober 2023

Michiel Veldhuis
Hogeschool IPABO &
Universiteit Utrecht
<https://www.uu.nl/medewerkers/MVeldhuis/>



Rode draad



- 1. De kerndoelen Rekenen-Wiskunde**
- 2. Wat zijn basisvaardigheden?**
- 3. En de hogere-orde vaardigheden dan?**
- 4. Het expertisepunt Rekenen-Wiskunde**

De kerndoelen rekenen-wiskunde



De kerndoelen rekenen-wiskunde

Doelgroep

Kerndoel

A Wiskundige attitude

1. Wiskundige attitude

B Wiskundige concepten

2. Gehele en decimale getallen
3. Breuken
4. Verhoudingen
5. Grootheden en eenheden
6. Vorm en ruimte
7. Data
8. Patronen en verbanden

C Wiskundige denk/werkwijzen

9. Wiskundig probleemoplossen
10. Modelleren
11. Algoritmisch denken
12. Gebruiken van wiskundetaal en wiskundige representaties
13. Gebruiken van wiskundige instrumenten

D Wiskunde en de wereld

14. Wiskunde in de werkelijkheid
15. Wiskunde in andere leergebieden
16. Interne samenhang

/ A Wiskundige attitude

Kerdoel 1

Wiskundige attitude

Doelzin

De school stimuleert een wiskundige attitude van leerlingen.

Het gaat hierbij om

- laten zien van het nut en de kracht van wiskunde in uiteenlopende toepassingen;
 - stimuleren om vragen te stellen bij concrete getalsmatige en wiskundige informatie;
 - stimuleren van een onderzoekende en kritische houding ten aanzien van getallen en andere wiskundige concepten;
 - laten reflecteren op eigen en andermans rekenwijze en overig wiskundig handelen.
-

Te denken valt aan

- verbinden van vragen van leerlingen en actuele situaties aan wiskundige concepten en denk/werkwijzen;
 - bespreken van ideeën en aanpakken van leerlingen;
 - deelnemen aan uitdagende, landelijk georganiseerde activiteiten;
 - aandacht besteden aan de geschiedenis van wiskunde.
-

De kerndoelen rekenen-wiskunde

Veel aandacht voor

- Wiskundige attitude
- Wiskundige denk- en werkwijzen
- Wiskunde en de wereld
- Interne en externe samenhang

De kerndoelen rekenen-wiskunde

- **Inhoudelijke accentverschuivingen / actualisaties, bijvoorbeeld richting algoritmisch denken en statistiek (Data)**

De kerndoelen rekenen-wiskunde

Kerndoel 11 Algoritmisch denken

Doelzin De leerling beschrijft en bedenkt eenvoudige algoritmen.

Het gaat hierbij om

- beschrijven hoe een eenvoudig algoritme tot een vast resultaat leidt;
- beoordelen van het resultaat van een doorlopen algoritme;
- bedenken van een algoritme;
- benoemen van mogelijkheden en beperkingen in de bruikbaarheid van algoritmen.

Te denken valt aan

- beschrijven van een standaardprocedure voor het rekenen r getallen;
- bij een deling met rest, interpreteren van deze rest in relatie de situatie;
- bedenken van een algoritme voor het tekenen van regelmatige meetkundige figuren zoals een vierkant;
- vaststellen of een algoritme kan worden toegepast in een bepaalde situatie.

Kerndoel 7 Data

Doelzin De leerling interpreteert en representeert datasets.

Het gaat hierbij om

- invullen van tabellen bij datasets;
- berekenen en interpreteren van een gemiddelde;
- maken van grafische representaties van datasets en daaruit conclusies trekken;
- interpreteren van grafische representaties en beredeneren of daarbij gepresenteerde conclusies wel, niet of deels kloppen.

Te denken valt aan

- frequentietabellen;
- staaf-, cirkel-, en beelddiagrammen, lijngrafieken en infographics.

De kerndoelen rekenen-wiskunde

- **Inhoudelijke accentverschuivingen / actualisaties, bijvoorbeeld richting algoritmisch denken en statistiek (Data)**
- **Termen als betekenis, redeneren, interpreteren, gebruiken en rekenen**



Rode draad



- 1. De kerndoelen Rekenen-Wiskunde**
- 2. Wat zijn basisvaardigheden?**
- 3. En de hogere-orde vaardigheden dan?**
- 4. Het expertisepunt Rekenen-Wiskunde**



Rode draad



- 1. De kerndoelen Rekenen-Wiskunde**
- 2. Wat zijn basisvaardigheden?**
- 3. En de hogere-orde vaardigheden dan?**
- 4. Het expertisepunt Rekenen-Wiskunde**

Wat zijn basisvaardigheden rekenen-wiskunde?

- **Denkt iedereen daar hetzelfde over?**

Wat zijn basisvaardigheden R-W?

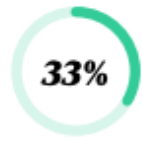


Wat zijn basisvaardigheden R-W?





beheerst
fundamenteel niveau 1F



beheerst
streefniveau 1S



Er is een lichte stijging van het niveau van Nederlandse leerlingen in rekenen-wiskunde aan het eind van groep 8 in het bo ten opzichte van 2011.

Trend rekenen-wiskunde in internationaal onderzoek



Het niveau van rekenen-wiskunde aan het eind van groep 6 is licht gestegen sinds 2015. Op de lange termijn is echter sprake van een daling.



Het percentage leerlingen dat het geavanceerde niveau van rekenen-wiskunde haalt, is gedaald sinds 1995.



Internationaal gezien scoren de Nederlandse bo-leerlingen consequent beter dan het gemiddelde van alle deelnemende landen.



van de 15-jarigen beheerst het basisniveau of hoger.



van de 15-jarigen is onvoldoende gecijferd.



Voor het v(s)o zijn er nog geen landelijke onderzoeksgegevens over de beheersing van de referentieniveaus.

Trend wiskunde in internationaal onderzoek



Het niveau van rekenen-wiskunde van 15-jarige leerlingen in het vo is in 2018 t.o.v. 2015 licht gestegen. Op de lange termijn is echter sprake van een daling.



Internationaal gezien scoren de Nederlandse vo-leerlingen beter dan het gemiddelde van de EU-landen en de OECD-landen.



Rode draad



- 1. De kerndoelen Rekenen-Wiskunde**
- 2. Wat zijn basisvaardigheden?**
- 3. En de hogere-orde vaardigheden dan?**
- 4. Het expertisepunt Rekenen-Wiskunde**



Rode draad



- 1. De kerndoelen Rekenen-Wiskunde**
- 2. Wat zijn basisvaardigheden?**
- 3. En de hogere-orde vaardigheden dan?**
- 4. Het expertisepunt Rekenen-Wiskunde**

En de hogere-orde vaardigheden dan?

- **Zitten die in de wiskundige denk-/werkwijzen?**

De kerndoelen rekenen-wiskunde

Doelgroep

Kerndoel

A Wiskundige attitude

1. Wiskundige attitude

B Wiskundige concepten

2. Gehele en decimale getallen
3. Breuken
4. Verhoudingen
5. Grootheden en eenheden
6. Vorm en ruimte
7. Data
8. Patronen en verbanden

C Wiskundige denk/werkwijzen

9. Wiskundig probleemoplossen
10. Modelleren
11. Algoritmisch denken
12. Gebruiken van wiskundetaal en wiskundige representaties
13. Gebruiken van wiskundige instrumenten

D Wiskunde en de wereld

14. Wiskunde in de werkelijkheid
15. Wiskunde in andere leergebieden
16. Interne samenhang

C Wiskundige denk/werkwijzen

9. Wiskundig probleemoplossen
10. Modelleren
11. Algoritmisch denken
12. Gebruiken van wiskundetaal en wiskundige representaties
13. Gebruiken van wiskundige instrumenten

Kerdoel 9 Wiskundig probleemoplossen

Doelzin De leerling lost wiskundige problemen en toepassingsproblemen op.

Het gaat hierbij om

- herkennen of een probleem met wiskunde kan worden opgelost;
- bedenken en uitvoeren van een aanpak voor een niet-routinematig oplosbaar probleem;
- gebruiken van heuristieken;
- bewerken van de uitkomsten van berekeningen tot een oplossing van een probleem.
- reflecteren op aanpak, uitvoering en oplossing;

Te denken valt aan

- verhelderden van een probleem door relevante gegevens te selecteren;
- gebruiken van getalreferenties en meetreferenties om ontbrekende gegevens in te schatten;
- structureren van probleemsituaties met een schema of een abstract model;
- gebruiken van heuristieken zoals *guess and check*, vereenvoudigen van het probleem, terugredeneren en het opdelen

Kerdoel 10 Modelleren

Doelzin De leerling maakt en gebruikt abstracte modellen van situaties en problemen.

Het gaat hierbij om

- schematisch weergeven van een situatie;
- selecteren van relevante details en weglaten van niet-relevante details;
- gebruiken van een model om een rekenwijze te laten zien, een situatie te interpreteren of een probleem op te lossen;
- gebruiken van een model om te redeneren over een situatie.

Te denken valt aan

- gebruiken van een getallenlijn of verhoudingstabel bij het redeneren en rekenen met getallen en verhoudingen;
- schematisch weergeven van een route;
- uitlichten van de meetkundige essentie van een afbeelding door het weglaten van details;
- met een grafiek laten zien hoe een verschijnsel zich in de tijd ontwikkelt.

C Wiskundige denk/werkwijzen

9. Wiskundig probleemoplossen
10. Modelleren
11. Algoritmisch denken
12. Gebruiken van wiskundetaal en wiskundige representaties
13. Gebruiken van wiskundige instrumenten

Kerdoel 11 Algoritmisch denken

Doelzin De leerling beschrijft en bedenkt eenvoudige algoritmen.

- Het gaat hierbij om**
- beschrijven hoe een eenvoudig algoritme tot een vast resultaat leidt;
 - beoordelen van het resultaat van een doorlopen algoritme;
 - bedenken van een algoritme;
 - benoemen van mogelijkheden en beperkingen in de bruikbaarheid van algoritmen.

- Te denken valt aan**
- beschrijven van een standaardprocedure voor het rekenen met getallen;
 - bij een deling met rest, interpreteren van deze rest in relatie tot de situatie;
 - bedenken van een algoritme voor het tekenen van regelmatige meetkundige figuren zoals een vierkant;
 - vaststellen of een algoritme kan worden toegepast in een bepaalde situatie.

Kerdoel 12 Gebruiken van wiskundetaal en wiskundige representaties

Doelzin De leerling gebruikt wiskundetaal en wiskundige representaties.

- Het gaat hierbij om**
- gebruiken van wiskundige symbolen en begrippen;
 - kiezen en bedenken van representaties om berekeningen en wiskundige redeneringen weer te geven;
 - kritisch beschouwen van een representatie;
 - relaties leggen tussen verschillende representaties van een wiskundig concept;
 - uitwisselen van wiskundige ideeën en gedachten.

- Te denken valt aan**
- gebruiken van het =-teken in de betekenis van 'is gelijk aan';
 - gebruiken van representaties als aanzichten, plattegronden en grafische representaties;
 - weergeven van berekeningen en probleemaanpakken;
 - herkennen en interpreteren van representaties, zoals grafieken en diagrammen, ook als deze misleidend zijn;
 - relateren van representaties aan elkaar, zoals decimale getallen en breuken.

C Wiskundige denk/werkwijzen

9. Wiskundig probleemoplossen
10. Modelleren
11. Algoritmisch denken
12. Gebruiken van wiskundetaal en wiskundige representaties
13. Gebruiken van wiskundige instrumenten

Kerdoel 13 Gebruiken van wiskundige instrumenten

Doelzin De leerling gebruikt meetinstrumenten en andere wiskundige instrumenten.

Het gaat hierbij om

- kiezen voor gebruik van een instrument op basis van de mogelijkheden, beperkingen en meetnauwkeurigheid;
- vooraf schatten van een meetresultaat of een uitkomst;
- hanteren van een instrument en de bijbehorende wiskundetaal;
- interpreteren en beoordelen van het resultaat.

Te denken valt aan

- kiezen en gebruiken van meet- en tekeninstrumenten zoals een geodriehoek en kompasroos;
- verantwoord kiezen voor het gebruik van digitale instrumenten zoals een rekenmachine, routepanner en stopwatch;
- gebruiken van een spreadsheetprogramma of ander digitaal instrument om bij een dataset een diagram of grafiek te maken.

Aanvulling 3 havo/vwo

Het gaat hierbij om

- uitvoeren van berekeningen met een digitaal instrument, en aangeven van de mate van nauwkeurigheid van de uitkomst.

Te denken valt aan:

- gebruiken van een spreadsheetprogramma en een tekenprogramma.

Is dit iets nieuws dan?



Eindrapport van de vernieuwingscommissie wiskunde cTWO

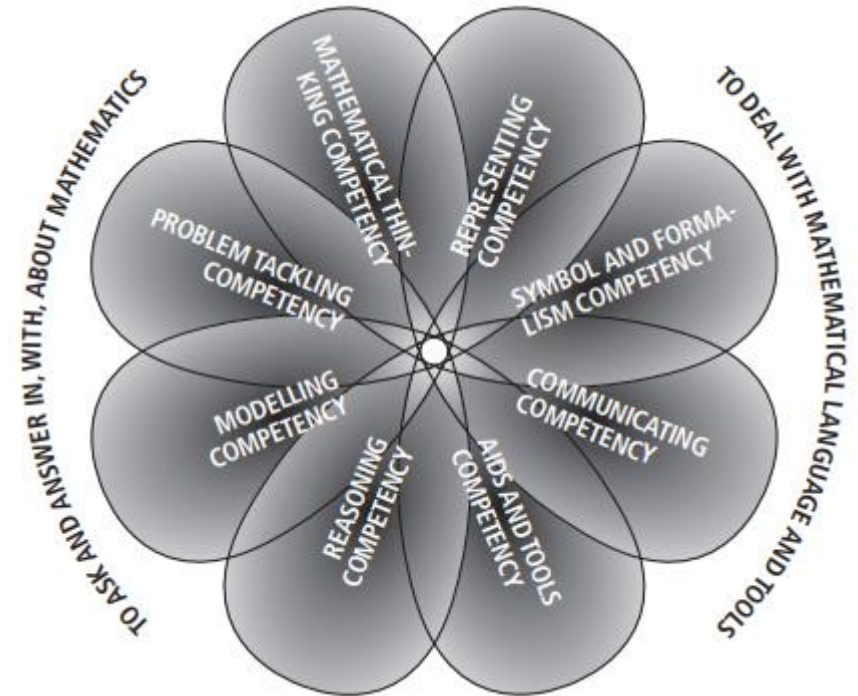
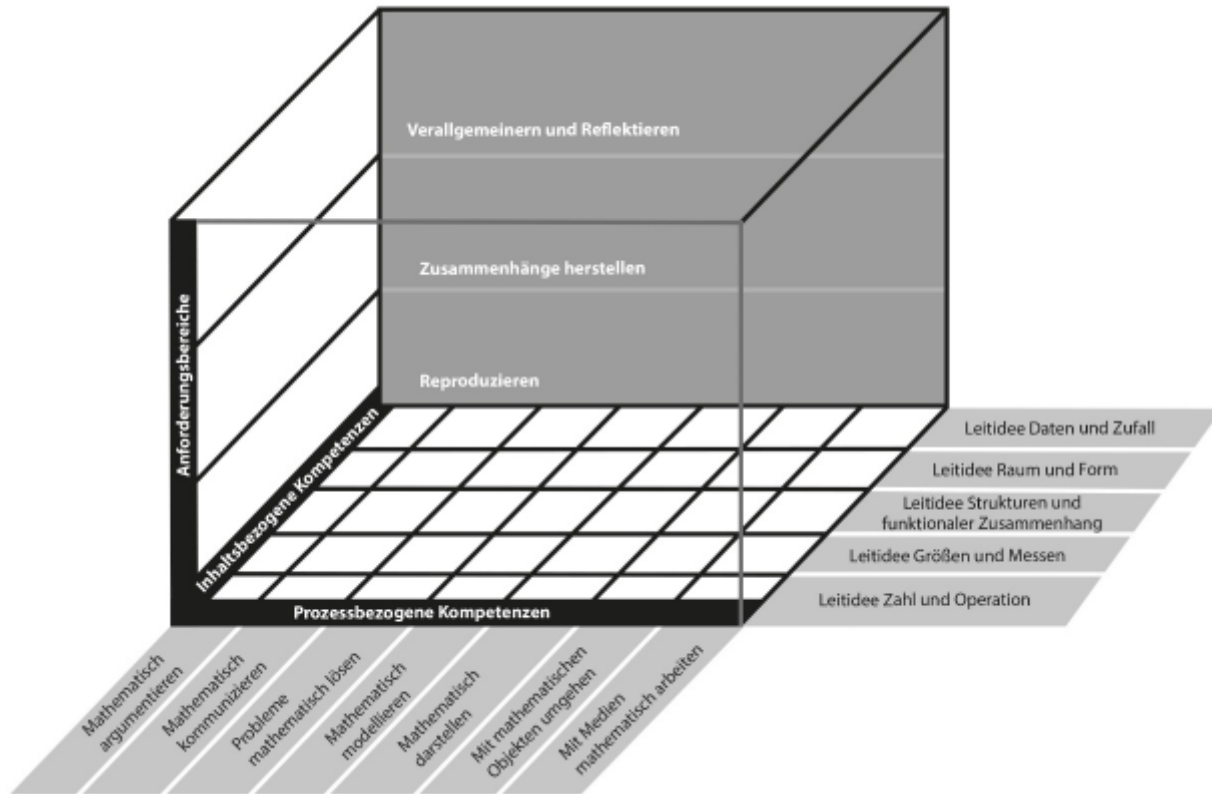
- **Nee...**
- **Maar misschien wel in deze mate**

(cTWO, 2006)

Standpunt 4

Kernconcepten in het wiskundeonderwijs van havo en vwo zijn getal, formule, functie, verandering, ruimte en toeval. Centrale denkactiviteiten zijn modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen. Deze kernconcepten, denkactiviteiten en de bijbehorende vaardigheden moeten als lange leerlijnen door het gehele programma van havo-vwo lopen.

Zijn we in NL de enigen die dit doen?

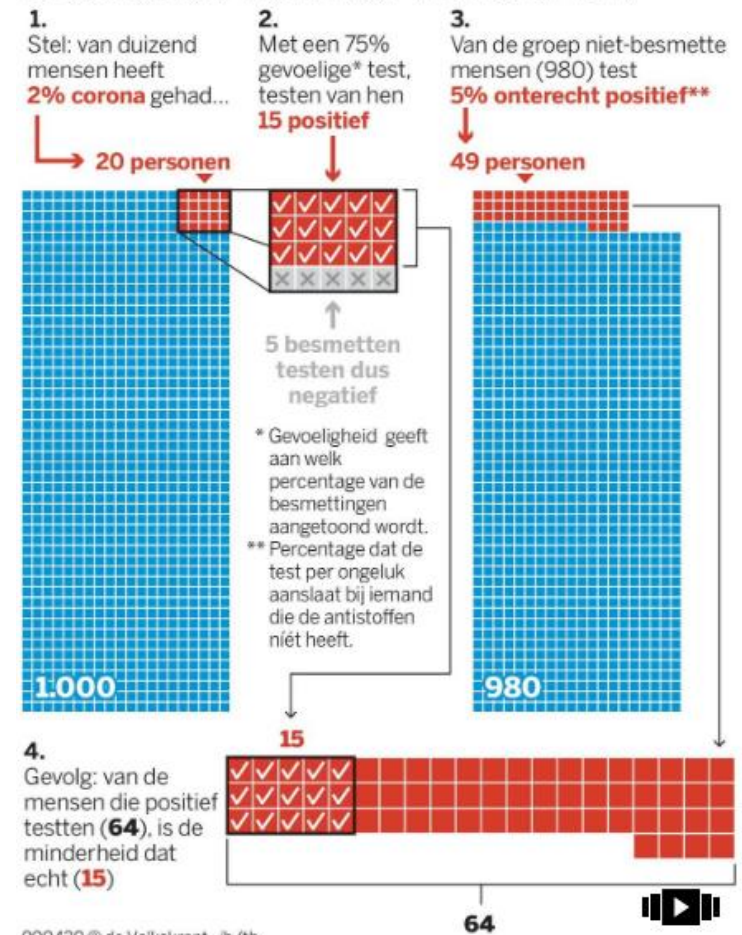


Basis en hogere-orde

- Functionele basisvaardigheden worden van steeds hogere orde
- Hogere-orde vaardigheden zijn geworteld in basisvaardigheden
- De twee vullen elkaar dus aan, gaan in elkaar over

-> *Laten we stoppen met denken in tegenstellingen!*

BEDRIEGLIJK TESTEN OP ANTISTOFFEN



En de hogere-orde vaardigheden dan?

- **Zitten die in de wiskundige denk-/werkwijzen?**
- **Hoe die te combineren met de wiskundige concepten?**
 - Beproevingfase?
 - Ontwerponderzoek?
- **Hoe verhouden die zich tot de huidige praktijk in po en vo?**



Rode draad



- 1. De kerndoelen Rekenen-Wiskunde**
- 2. Wat zijn basisvaardigheden?**
- 3. En de hogere-orde vaardigheden dan?**
- 4. Het expertisepunt Rekenen-Wiskunde**



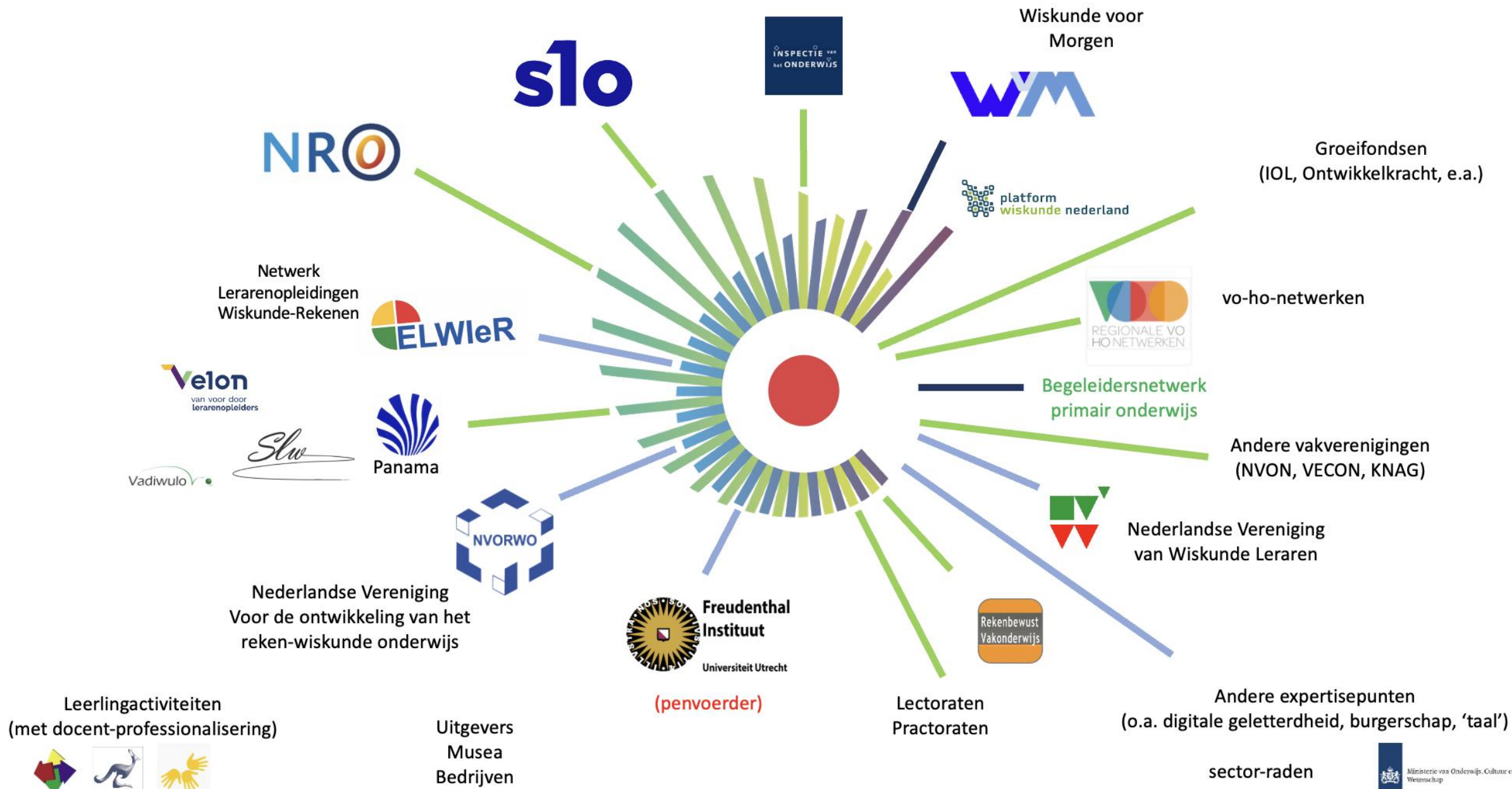
Rode draad

1. De kerndoelen Rekenen-Wiskunde
2. Wat zijn basisvaardigheden?
3. En de hogere-orde vaardigheden dan?
4. Het expertisepunt Rekenen-Wiskunde



Het Expertisepunt Rekenen-Wiskunde

expertisepunt = expertisenetwerk



1 - Kennismakelen



Expertisepunt
**Rekenen –
Wiskunde**

**2 - Landelijke
onderzoeks-
infrastructuur**

Vier speerpunten

4 - Ontwerponderzoek

3 - Train de trainer

1-9-2023 tot 1-9-2028

<https://exprw.nl/>



Utrecht University



Expertisepunt
**Rekenen –
Wiskunde**

Basisvaardigheden en hogere-orde denk / werkwijzen bij rekenen-wiskunde: concurrenten of samen sterk?

**Paul Drijvers
Freudenthal Instituut
Universiteit Utrecht**

<https://www.uu.nl/medewerkers/phmdrijvers>

10 oktober 2023

**Michiel Veldhuis
Hogeschool IPABO &
Universiteit Utrecht**

<https://www.uu.nl/medewerkers/MVeldhuis/>

Dank voor jullie aandacht!